ಭಾಗಾಕಾರದ ಬಗೆಗಿನ ಕೆಲವು ಚಿಂತನೆಗಳು

ಓದುಗರೊಬ್ಬರ ಟಿಪ್ಪಣಿಗಳು

ಅಂಕಗಣಿತದ ನಾಲ್ಕೂ ಮೂಲ ಕ್ರಿಯೆಗಳಲ್ಲಿ, ಸಂಕೀರ್ಣವಾದದ್ದು ಭಾಗಾಕಾರವೇ ಹಾಗೂ ಮಕ್ಕಳು ಹೆಚ್ಚು ಕಷ್ಟಪಡುವುದು ಭಾಗಾಕಾರಕ್ಕೇ ಎಂದು ಸುಲಭವಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು. ಈ ನಿಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ನಾನು ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಲಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದರ ಬಗ್ಗೆ ಕೆಳಗಿನ ಕೆಲವು ಚಿಂತನೆಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಬಯಸುತ್ತೇನೆ. ಹಿಂದಿನ ಒಂದು ಸಂಚಿಕೆಯಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿದ್ದ ಪುಲ್ ಔಟ್ ಗೆ ಇದು ಒಂದು ಪರ್ಯಾಯವೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸಬಹುದು. ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಇದರಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಲಾಗಿದೆ:

1. ಇತರೆ ಕ್ರಿಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಬಲದಿಂದ ಎಡಕ್ಕೆ ಸಾಗುವಾಗ ಭಾಗಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಎಡದಿಂದ ಬಲಕ್ಕೆ ಏಕೆ ನಾವು ಹೋಗುತ್ತೇವೆ?
2. ಸಾಮಾನ್ಯ ಭಾಗಾಕಾರದ ಕ್ರಮವಿಧಾನಲ್ಲಿ ಸ್ಥಾನಬೆಲೆಯ ಪಾತ್ರವೇನು?
3. ಭಾಜಕವು ಎರಡು ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾಗ ನಾವು ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಅಂದಾಜು ಮಾಡುವುದು ಹೇಗೆ?

ಮೇಲಿನ 1 ಹಾಗೂ 2 ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟಿವೆ. ನಾನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಬಳಸುವ ವಾದ ಏನೆಂದರೆ ಇದು ಕೇವಲ ಕ್ಷಮತೆಯ ವಿಷಯವಷ್ಟೇ. ಕೆಳಗೆ ವಿವರಿಸಿರುವಂತೆ, ಕೂಡುವಿಕೆ ಹಾಗೂ ಕಳೆಯುವಿಕೆಯ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಎಡದಿಂದ ಬಲಕ್ಕೆ ಬರುವ ಕ್ರಮವಿಧಾನವು ಕ್ಷಮತೆಯದ್ದಲ್ಲ.

ಎಡದಿಂದ ಬಲ					ಬಲದಿಂದ ಎಡ				
ಹಂತ 1		ಹತ್ತು	ಬಿಡಿ	ನಾವು ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವುದನ್ನು ಕೂಡುವುದರ ಮೂಲಕ ಆರಂಭಿಸುತ್ತೇವೆ.	ಹಂತ 1		ಹತ್ತು	ಬಿಡಿ	ನಾವು ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವುದನ್ನು ಕೂಡುವುದರ ಮೂಲಕ ಆರಂಭಿಸುತ್ತೇವೆ. ಹಾಗೂ ಮೊತ್ತದ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಹಾಗು ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಬೇರೆಯಾಗಿ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.
		5	7				1		
	+	3	9				5	7	
		8				+	3	9	
								6	
ಹಂತ 2		ಹತ್ತು	ಬಿಡಿ	ನಂತರದಲ್ಲಿ ನಾವು ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವುದನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಮೊತ್ತದ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯನ್ನೂ ಮತ್ತು ಹತ್ತರ ಅಂಕಿಯನ್ನೂ ಬೇರೆಯಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ	ಹಂತ 2		ಹತ್ತು	ಬಿಡಿ	2ನೆಯ ಹಂತದಲ್ಲಿ ನಾವು ಎಲ್ಲದರ ಹತ್ತುಗಳನ್ನೂ ಕೂಡಿಸುತ್ತೇವೆ
		1					1		
		5	7				5	7	
	+	3	9				3	9	
		8	6				9	6	
ಹಂತ 3		ಹತ್ತು	ಬಿಡಿ	ಹಾಗಾಗಿ 3ನೆಯ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಈಗಾಗಲೇ ಬರೆದಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.					
		1							
		5	7						
	+	3	9						

		9	6		

ಕಳೆಯುವುದರಲ್ಲೂ ಇದೇ ರೀತಿಯ ಸನ್ನಿವೇಶ ಬರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ವಿವಿಧ ಮಾದರಿಗಳು ಬರುವುದರಿಂದ, ಇದನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಪಾಠ ಮಾಡುವುದಿರಲಿ ತೋರಿಸುವುದಕ್ಕೂ ಸಂದೇಹ ಪಡುವಂತಾಗಿದೆ. ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ಭಾಗಾಕಾರಕ್ಕೆ ಬಲದಿಂದ ಎಡಕ್ಕೆ ಬರುವ ಕ್ರಮವಿಧಾನವು ಅಷ್ಟು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

ಬಲದಿಂದ ಎಡ					
ಹಂತ 1			ಹ	ಬಿ	ನಾವು ಬಿಡಿಗಳಿಂದ ಆರಂಭಿಸೋಣ ಅಂದರೆ ನಾವು 6ನ್ನು 2ರಿಂದ ಭಾಗಿಸುತ್ತೇವೆ
				3	
	2	)	3	6	
				6	
ಹಂತ 2			ಹ	ಬಿ	ನಾವೀಗ 3 ಹತ್ತುಗಳನ್ನು ಭಾಗಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ. 1 ಹತ್ತಷ್ಟೇ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ.
			1	3	
	2	)	3	6	
				6	
			3		
			2		
			1		
ಹಂತ 3			ಹ	ಬಿ	ಹಾಗಾಗಿ ಉಳಿದ ಈ ಹತ್ತನ್ನು 10 ಬಿಡಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಬದಲಾಯಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ, ನಂತರ ಈ ಹತ್ತುಗಳನ್ನು ಹಂಚುತ್ತೇವೆ. ∴ ಬಿಡಿಯ ಅಂಕಿಯನ್ನು 5 ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಸಬೇಕು ಅಂದರೆ 3 ರಿಂದ 3+ 5 = 8 ಕ್ಕೆ ಬದಲಾಯಸಿ.
			1	8	
	2	)	3	6	
				6	
			3		
			2		
			1	0	
			1	0	

ಎಡದಿಂದ ಬಲ					
ಹಂತ 1			ಹ	ಬಿ	ನಾವು ಹತ್ತರಿಂದ ಆರಂಭಿಸುತ್ತೇವೆ ಅಂದರೆ ನಾವು 3ನ್ನು 2ರಿಂದ ಭಾಗಿಸುತ್ತೇವೆ. ಈಗ 1 ಹತ್ತಷ್ಟೇ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ.
			1		
	2	)	3	6	
			2		
			1		
ಹಂತ 2			ಹ	ಬಿ	ನಾವೀಗ ಈ ಹತ್ತನ್ನು 10 ಬಿಡಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಬದಲಾಯಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ ಹಾಗು ಭಾಗಲಬ್ಧದಿಂದ 6 ಬಿಡಿಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ 16 ಬಿಡಿಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.
			1		
	2	)	3	6	
			2		
			1	6	
ಹಂತ 3			ಹ	ಬಿ	ಈಗ ಈ 16 ಬಿಡಿಗಳನ್ನು 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸುತ್ತೇವೆ. ಇಲ್ಲಿ ಕೂಡ ಉತ್ತರದಲ್ಲಿ (ಭಾಗಲಬ್ಧದಲ್ಲಿ) ಯಾವುದೇ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸುವ ಅಗತ್ಯ ಬರಲಿಲ್ಲ.
			1	8	
	2	)	3	6	
			2		
			1	6	
			1	6	

ಸೂಚನೆ: ಕ್ರಮವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಸ್ಥಾನಬೆಲೆಯ ಬದಲಾವಣೆಯು ಎದ್ದುಕಾಣುವುದಿಲ್ಲ ಹಾಗಾಗಿ ಶಿಕ್ಷಕರು ಹತ್ತರಿಂದ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ಆಗುವ ಬದಲಾವಣೆಗಳನ್ನು ಪ್ಲಾಟ್, ಲಾಂಗ್ ಅಥವಾ ಹತ್ತರ ಕಟ್ಟುಗಳಂತಹ ಕಲಿಕೆಯ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳ ಮೂಲಕ ಮಾಡಿ ತೋರಿಸಬಹುದು.
ನಾವು ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ತೋರಿಸಿದರೆ ಅಥವಾ ಮತ್ತೂ ಒಳ್ಳೆಯದೆಂದರೆ ಅವರ ಕೈನಲ್ಲೇ ಎಡದಿಂದ ಬಲ ಮತ್ತು ಬಲದಿಂದ ಎಡ ಎರಡೂ ರೀತಿ ಮಾಡಿಸಿ ಎರಡೂ ವಿಧಗಳ ಕ್ಷಮತೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಚಿಂತನೆ ನಡೆಸಿದರೆ ಆಗ ನಿಗದಿತ ಪದ್ಧತಿಯು ಏಕೆ ಹಾಗಿದೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಮತ್ತೂ ಚೆನ್ನಾಗಿ ಅರಿತುಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

ಸ್ಥಾನಬೆಲೆಯನ್ನು ನಿಗದಿತ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ಬಳಸಲಾಗಿದೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ನಾನು ಉದ್ದ ಹಾಗೂ ಗಿಡ್ಡ ಎರಡೂ ವಿಧಾನಗಳನ್ನೂ ಹಂತ ಹಂತವಾದ ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷಿಕೆಗಳ ಮೂಲಕ ದಾಖಲಿಸಿದ್ದೇನೆ., ಇದರಲ್ಲಿ 8643 ÷ 7 ಅನ್ನು ಎರಡೂ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟಿಗೆ http://teachersofindia.org/en/video/division-pay-attention ಮಾಡಿ ದಾಖಲಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಭಾಗಾಕಾರ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಕಲಿಸುವಾಗ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ನಾವು ಭಾಗಾಕಾರದ ಚಿಕ್ಕ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ ಹಾಗು ಅದು ಮಕ್ಕಳು ಕಲಿತಿರುವ ಕಳೆಯುವ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಉಲ್ಲಂಘಿಸುತ್ತದೆ.

ಉದ್ದದ ವಿಧಾನ						ಗಿಡ್ಡ ವಿಧಾನ					
ಹಂತ 1			ಹ	ಬಿ	20ನ್ನು ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಬರೆಯುವುದು ಕಳೆಯುವುದರ ಮೂಲ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳನ್ನು ಮೀರುವುದಿಲ್ಲ ಹಾಗು ನಾವು 2 ಹತ್ತುಗಳನ್ನು ಅಥವಾ 20 ನ್ನು ಕಳೆಯುತ್ತಿದ್ದೇವೆ.	ಹಂತ 1			ಹ	ಬಿ	20ನ್ನು ಬರಿದೇ 2 ಎಂದು ಬರೆದು ಅದನ್ನು 36ರಿಂದ ಕಳೆದಾಗ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಗೊಂದಲವಾಗುತ್ತದೆ ಏಕೆಂದರೆ 3 ಹತ್ತುಗಳಿಂದ 2 ಹತ್ತುಗಳನ್ನು ಕಳೆಯುತ್ತಿದ್ದಾರೆ ಎಂದು ಅವರಿಗೆ ಅರಿವಾಗದಿರಬಹುದು.
			1	0					1		
	2	)	3	6			2	)	3	6	
			2	0					2		
			1	6					1		
ಹಂತ 2			ಹ	ಬಿ	ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಇಲ್ಲಿ 0 ಇಂದ 8ಕ್ಕೆ ಬದಲಾಯಿಸಬೇಕು. ಆದರೆ ಇದನ್ನು ಬಾಣದ ಕಾರ್ಡುಗಳ ಮೂಲಕ	ಹಂತ 2			ಹ	ಬಿ	ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ಬಿಡಿಯನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಬೇಕಿಲ್ಲ. ಹಾಗಾಗಿಯೇ 1ನೇ ಹಂತದಲ್ಲಿ ನಾವು ಬಿಡಿಯನ್ನು ಬರೆಯುವುದಿಲ್ಲ.
			1	8					1	8	
	2	)	3	6			2	)	3	6	
			2	0					2		
			1	6					1	6	
			1	6					1	6	
				0						0	

					ತೋರಿಸಿದಾಗ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸಬಹುದು.						

ಭಾಗಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ನಿಗದಿತ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಅಂದಾಜು ಮಾಡುವುದು ಇರುವುದರಿಂದ 3ನೆಯ ವಿಷಯವು ಮುಖ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಕೂಡುವುದು, ಕಳೆಯುವುದು ಹಾಗು ಗುಣಿಸುವುದರಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಷ್ಟೇ ದೊಡ್ಡದಿದ್ದರೂ ಕೂಡ ಅಂದಾಜು ಮಾಡುವ ಅಗತ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಅಂದಾಜು ಮಾಡುವುದರಿಂದ ಯಾವ ಕಡೆ ಬೇಕಾದರೂ ಉತ್ತರ ಹೋಗುವುದರಿಂದ ಈ ತಂತ್ರವು ಬಹು ಆಯಾಮದ್ದಿರಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು 2 ಅಂಕಿಯ ಭಾಜಕಗಳಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಹತ್ತಿರದ ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ಹೊಂದಿಸುತ್ತೇವೆ. ಸಹಜವಾಗಿ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ 10ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳ ಅಂದರೆ 40, 70 ಮುಂತಾದ ಭಾಜಕಗಳ ಜೊತೆಗೆ ಸಾಕಷ್ಟು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿಸಿದ ನಂತರ ಬೇರೆಯ ಎರಡಂಕಿ ಭಾಜಕಗಳೊಡನೆ ಕೆಲಸ ಮಾಡಲು ಆರಂಭಿಸುವುದು ಸೂಕ್ತವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ನಂತರದಲ್ಲಿ ಭಾಜಕವು 62 ಆಗಿದ್ದರೆ ನಾವು ಅದನ್ನು 60 ಎಂದು ಸರಿ ಹೊಂದಿಸಿ ಪ್ರತಿ ಹಂತದಲ್ಲೂ ಭಾಗಲಬ್ಧಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು. ಅದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಭಾಜಕವು 37 ಆಗಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು 40ಕ್ಕೆ ಸರಿ ಹೊಂದಿಸಬೇಕು. 85ರಂತಹ 5 ರಿಂದ ಕೊನೆಯಾಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೋ ಯಾವಾಗಲೂ ನಾಜೂಕಿನ ಕೆಲಸವೇ ನೀವು 80 ಅಥವಾ 90 ಯಾವುದನ್ನಾದರೂ ಬಳಸಬಹುದು. ಪ್ರತಿ ಹಂತದಲ್ಲೂ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಭಾಗಲಬ್ಧಕ್ಕಿಂತಲೂ ಕಡಿಮೆ ಇರಬೇಕೆಂಬುದನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಒತ್ತಿ ಹೇಳುವುದು ಮುಖ್ಯವಾಗುತದೆ. ಅಂದಾಜು ಮಾಡುವುದರ ಹಂತಗಳು ಕೆಳಗಿನಂತಿವೆ:

ಅಂದಾಜು ಮಾಡುವ ಹಂತಗಳು	ಉದಾಹರಣೆ: 256 ÷ 36	ಉದಾಹರಣೆ: 256 ÷ 33
1. ಭಾಜಕವನ್ನು ಹತ್ತಿರದ 10ರ ಅಪವರ್ತನಕ್ಕೆ ಹೊಂದಿಸಿ	36ನ್ನು 40ಕ್ಕೆ ಹೊಂದಿಸಿ.	33ನ್ನು 30ಕ್ಕೆ ಹೊಂದಿಸಿ.
2. ಅಂದಾಜನ್ನು ಬಳಸಿ ಶೇಷವನ್ನು (ಅಥವಾ ಶೇಷದ ಅಂಕಿಯನ್ನು) ಅಂದಾಜಿಸಿ	256 ÷ 40 (ಅಥವಾ 25 ÷ 4) ≈ 6	256 ÷ 30 (ಅಥವಾ 25 ÷ 3) ≈ 8
3. ಶೇಷದ ಅಂಕಿ X ನಿಜವಾದ ಭಾಜಕ – ಇದನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿ	6 × 36 = 216	8 × 33 = 264
4. ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ: a. ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂಕಿ X ಭಾಜಕ > ಭಾಜ್ಯ ಆದರೆ, ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂಕಿಯನ್ನು 1ರಿಂದ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿ ಹಾಗೂ 3ನೇ ಹಂತವನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ, ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ, b. ಭಾಜ್ಯ – ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂಕಿ X ಭಾಜಕ > ಭಾಜಕ ಇದೆಯೇ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ, ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂಕಿಯನ್ನು 1ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚು ಮಾಡಿ ಹಾಗೂ 3ನೇ ಹಂತವನ್ನು	ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ: a. 216 < 256 b. 256 – 216 = 40 > 36 ⇒ ಭಾಗಲಬ್ಧ = 6 + 1 = 7 7ನ್ನು ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂಕಿಯಾಗಿ ಬಳಸಿ 3ನೆಯ ಹಂತಕ್ಕೆ ಹೋಗಿ	ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ: a. 264 > 256 ⇒ ಭಾಗಲಬ್ಧ = 8 –1 = 7 7ನ್ನು ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂಕಿಯಾಗಿ ಬಳಸಿ 3ನೆಯ ಹಂತಕ್ಕೆ ಹೋಗಿ

ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ c. ಭಾಜ್ಯ – ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂಕಿ X ಭಾಜಕ ≤ ಭಾಜಕ ಆದರೆ 5ನೇ ಹಂತಕ್ಕೆ ಮುಂದುವರೆಯಿರಿ		
(ಬದಲಾಯಿಸಿದ) ಭಾಗಲಬ್ಧದೊಂದಿಗೆ ಭಾಗಾಕಾರದ ಹಂತಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ಮುಗಿಸಿ.	7 × 36 = 252, ಅಂದರೆ 256 ÷ 36 = 7 ಶೇಷ 4	7 × 33 = 231, ಅಂದರೆ 256 ÷ 33 = 7 ಶೇಷ 25

ನಾನು ಓದುಗರ ಸಲಹೆಗಳನ್ನು ಸ್ವಾಗತಿಸುತ್ತೇನೆ.